INTEGRALES HOJA I — EJ. GRATUITOS

INTEGRACION INMEDIATA

Las integrales que son de integración inmediata son aquellas en las que la función integrando tiene la forma de las que aparecen en tabla y por ello se calculan en forma directa.

A veces ocurre que la función integrando de la integral dada no aparece exactamente como la que figura en tabla. En esos casos, primero vamos a tener que aplicar propiedades de potenciación u otras y/o de las integrales, para luego extraer el resultado de la tabla de integrales directas.

EJEMPLO 1: Calcular $\int \sqrt[3]{ax^5}\,dx$

Si miramos una tabla de integrales inmediatas notaríamos que la función integrando de la integral a calcular no figura en ella, por tal motivo tendremos que aplicar algunas propiedades.

$$\int \sqrt[3]{ax^5}\,dx \underset{\text{propiedad de potenciación}}{=} \int (ax^5)^{1/3}\,dx \underset{\text{distribuyendo}}{=} \int \overset{\text{constante}}{a^{1/3}}(x^5)^{1/3}\,dx \underset{\text{propiedad de integrales}}{=} a^{1/3}\int x^{5/3}\,dx \underset{\text{de tabla}}{=}$$

$$= \sqrt[3]{a}\,\frac{x^{5/3+1}}{\frac{5}{3}+1} + c = \sqrt[3]{a}\,\frac{x^{8/3}}{8/3} + c = \frac{3\sqrt[3]{ax^8}}{8} + c$$

INTEGRACION POR SUSTITUCION

El método de sustitución o cambio de variable puede ser utilizado si:

CASO 1) Al sustituir la variable de la función llegamos a una integral inmediata.

CASO 2) Cuando tenemos dentro de la integral una función y la forma derivada de la misma o bien, parte de ella.

EJEMPLO 2: $\int x \cdot e^{x^2}\,dx$

cambio de variable: $t = x^2$

derivando t tenemos: $dt = 2x\,dx$ → notemos que es parte de la fn integrando, entonces estamos en el caso 2).

$$\int \underbrace{x \cdot e^{x^2}\,dx}_{\text{parte del dt}} = \int \frac{\overbrace{2x\,e^{x^2}\,dx}^{dt}}{2} \underset{\text{cambio de variable}}{=} \int \frac{e^t}{2}\,dt \underset{\text{propiedad integrales}}{=} \frac{1}{2}\int e^t\,dt \underset{\text{por tabla}}{=} \frac{1}{2}e^t + c$$

para que dt esté completo multiplicamos y dividimos por 2

= finalmente sustituyendo la variable: $= \frac{1}{2}e^{x^2} + c$.